



MISKOLCI EGYETEM

---

**MŰSZAKI FÖLD- ÉS  
KÖRNYEZETTUDOMÁNYI  
KAR**

**ÁRAMLÁSTAN**  
MFKGT600443

Műszaki földtudományi alapszak  
*nappali munkarend*

**TANTÁRGYI KOMMUNIKÁCIÓS DOSSZIÉ**

MISKOLCI EGYETEM  
MŰSZAKI FÖLD- ÉS KÖRNYEZETTUDOMÁNYI KAR  
BÁNYÁSZAT ÉS ENERGIA INTÉZET

Miskolc, 2022/2023. II. félév

# TARTALOMJEGYZÉK

Tantárgyi adatlap  
Féléves ütemterv  
Minta zárthelyi feladat  
Minta zárthelyi feladat megoldás  
Vizsga felkészülési témakörök

# TANTÁRGYI ADATLAP

<b>Tantárgy neve:</b> Áramlástan <b>Tárgyjegyző:</b> Dr. Kis László, egyetemi adjunktus	<b>Tantárgy kódja:</b> MFKGT600443 <b>Tárgyfelelős tanszék/intézet:</b> GMTSZ/BEI <b>Tantárgyelem:</b> K
<b>Javasolt félév:</b> 4	<b>Előfeltételek:</b> GEMAN6218B (Matematika 2.)
<b>Óraszám/hét (ea+gyak):</b> 2+2	<b>Számonkérés módja (a/gy/v):</b> aláírás/vizsga
<b>Kreditpont:</b> 4	<b>Tagozat:</b> nappali
<p><b>Tantárgy feladata és célja:</b> A folyadékok és gázok mechanikájának alapvető törvényszerűségeit kívánjuk megtanítani a matematikai tárgyalásmód lehető legegyszerűbb alkalmazásával. Mindezt a fizikai tartalom csorbítása nélkül, minden témakörre konkrét számpéldákkal demonstrálva tesszük. Alapvetően az egydimenziós esetekre fókuszálunk, amelyek a különböző szaktárgyak szükséges és elégendő elméleti alapját képezik.</p> <p><b>Fejlesztendő kompetenciák:</b> <b>tudás:</b> - <b>képesség:</b> Képes a műszaki földtudományi szakterület legfontosabb műszaki elméleteit, módszertani ismereteit az adott specializációhoz tartozó szakmai feladatok végrehajtásakor alkalmazni., Képes a műszaki földtudományi szakterület adott specializációjának alapvető tervezési elveit, eljárásait rutinszerűen alkalmazni., Képes a műszaki földtudományi szakterület adott specializációjához köthető egyszerű méréseket önállóan elvégezni., Irányítás mellett képes érdemi mérnöki közreműködésre összetett tervezési munkákban, a műszaki földtudományi feladatok megoldásában., <i>Képes olyan földtani modell megalkotására, mennyiségi és minőségi becslésre, amely gazdasági döntés, mérnöki tervezés, építés alapja lehet., Képes geológiai eredetű természetes anyagok (ásványok, kőzetek, fluidumok) felderítésére, megkutatására, ezek fizikai és kémiai állapotjellemzőinek mérésére.</i></p> <p><b>attitűd:</b> - <b>autonómia és felelősség:-</b></p>	
<p><b>Tantárgy tematikus leírása:</b> 1. hét: Kinematikai alapok. 2-4. hét: Mérlegegyenletek: tömeg-, impulzus-, impulzus nyomaték-, energia-, entrópia mérlegek. 5. hét: Hidrosztatika. ZH1 6-7. hét: Ideális folyadék dinamikája: Euler és Bernoulli egyenlet, alkalmazások. 8-9. hét: A gázdinamika alapjai. 10. hét: Súrlódásos közegek dinamikája. 11-12. hét: Lamináris és turbulens áramlás csőben. 13-14. hét: Súrlódási nyomásveszteségek meghatározása. ZH2</p>	
<p><b>Félévközi számonkérés módja:</b> A félév során 2 darab, egyenként minimum elégséges szintű zárthelyi megírása</p> <p><b>Értékelése:</b> &gt; 85%: jeles; 75 – 84%: jó; 63 – 74%: közepes; 50 – 62%: elégséges; &lt; 50%: elégtelen.</p>	
<p><b>Kötelező és javasolt irodalom jegyzéke:</b> Dr. Bobok Elemér, Dr. Navratil László: Műszaki fizika I., Áramlástan, Tankönyvkiadó, 1990. Dr. Bobok Elemér, Dr. Navratil László: Műszaki fizika II, Miskolci Egyetem, 1993. Dr. Bobok Elemér: Áramlástan Miskolci Egyetemi Kiadó, 1995. Dr. Bobok Elemér: Fluid dynamics, Miskolci Egyetem, 2012. Dr. Lajos Tamás: Áramlástan Tankönyvkiadó, 2004. Dr. Tóth Anikó Nóra: Bevezetés az áramlástanba, Miskolci Egyetem, 2013.</p>	

## FÉLÉVES ÜTEMTERV

Dátum	Hét	Téma
3/1/2023	1.	Kinematikai alapok.
3/8/2023	2.	Mérlegegyenletek: tömeg-, impulzus-, impulzus nyomaték-, energia-, entrópia mérlegek I.
3/15/2023	3.	Szünet
3/22/2023	4.	Hidrosztatika. ZH1
3/29/2023	5.	Mérlegegyenletek: tömeg-, impulzus-, impulzus nyomaték-, energia-, entrópia mérlegek II.
4/5/2023	6.	Ideális folyadék dinamikája: Euler és Bernoulli egyenlet, alkalmazások I.
4/12/2023	7.	Ideális folyadék dinamikája: Euler és Bernoulli egyenlet, alkalmazások II.
4/19/2023	8.	A gázdinamika alapjai I.
4/26/2023	9.	A gázdinamika alapjai II.
5/3/2023	10.	Súrlódásos közegek dinamikája.
5/10/2023	11.	Lamináris áramlás csőben.
5/17/2023	12.	Turbulens áramlás csőben.
5/24/2023	13.	Súrlódási nyomásveszteségek meghatározása. ZH2
5/31/2023	14.	Zárófoglalkozás.

# MINTA ZÁRTHELYI FELADAT

Miskolci Egyetem  
Gázmérnöki Intézet Tanszék  
3515 Miskolc – Egyetemváros  
Tel.: +36 46 565 078  
E-mail: [gastitkar@kfgi.uni-miskolc.hu](mailto:gastitkar@kfgi.uni-miskolc.hu)  
Web: [www.gas.uni-miskolc.hu](http://www.gas.uni-miskolc.hu)

0-59 % (elégtelen)  
60-69 % (elégséges)  
70-79 % (közepes)  
80-89 % (jó)  
90-100 % (jeles)

NÉV:.....

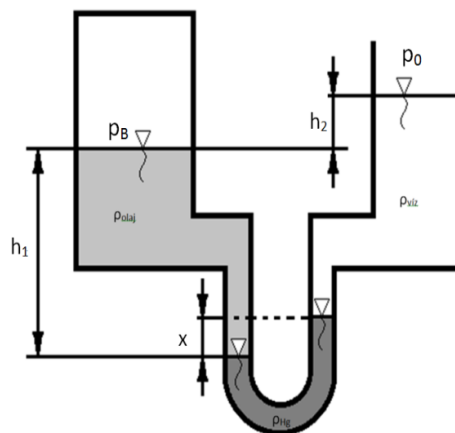
## ZÁRTHELYI FELADAT

Áramlástan tantárgyból

5

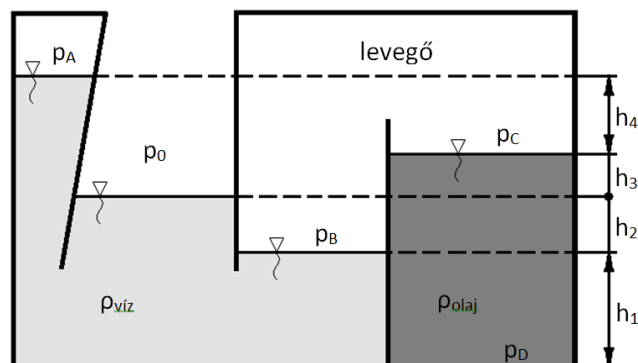
1. Határozza meg a tartály B pontjának a nyomását!

$$\begin{aligned} p_0 &= 101\,325 \text{ Pa} & \rho_{\text{olaj}} &= 870 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{víz}} &= 1000 \text{ kg/m}^3 & \rho_{\text{Hg}} &= 13,5 \text{ g/cm}^3 \\ h_1 &= 3,694 \text{ m} & h_1 + h_2 &= 66,12 \text{ dm} \\ x &= 0,25 \text{ m} & g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$



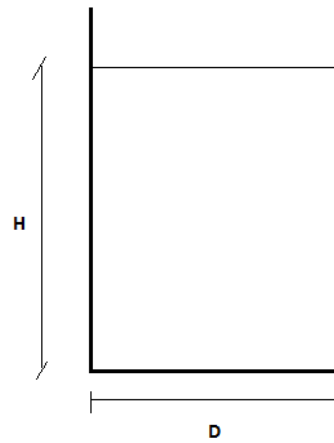
2. Határozza meg a képen látható tartály kijelölt pontjainak a nyomását!

$$\begin{aligned} p_0 &= 101\,325 \text{ Pa} & \rho_{\text{olaj}} &= 870 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{víz}} &= 1 \text{ g/cm}^3 & \rho_{\text{Hg}} &= 13,5 \text{ g/cm}^3 \\ h_1 &= 2,33 \text{ m} & h_2 &= 7,623 \text{ dm} \\ h_3 &= 151,7 \text{ cm} & h_4 &= 9,953 \text{ dm} \end{aligned}$$



3. Egy  $D_1$  keresztmetszetű csövön egy  $D_2$  torokátmérőjű Venturi mérő üzemel. A higanyal töltött manométer kitérése ismert. Számítsa ki a keresztmetszeti átlagsebességet, valamint a vezetékét átáramlott víz tömegáramát!
4. Egy  $D=161,7$  cm átmérőjű tartály alján egy  $d=97$  mm átmérőjű kifolyónyíláson keresztül víz folyik ki. A tartályban kezdetben  $H=1,6$  m magasságban volt a vízszint.
- Mennyi idő alatt ürül 1/3-ára a tartály?
  - 1,2 méteres folyadékszint esetén mekkora lesz a kiáramlás sebessége?

5. Határozza meg a hengeres tartály teljes falára ható erő nagyságát! A tartályban lévő folyadék víz.  $H= 1,8$  m,  $D= 28,4$  cm



# MINTA ZÁRTHELYI FELADAT MEGOLDÁS

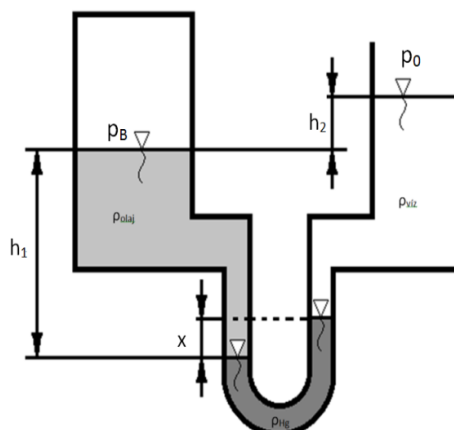
1. Határozza meg a tartály B pontjának a nyomását!

$$\begin{aligned} p_0 &= 101\,325 \text{ Pa} & \rho_{\text{olaj}} &= 870 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{víz}} &= 1000 \text{ kg/m}^3 & \rho_{\text{Hg}} &= 13,5 \text{ g/cm}^3 \\ h_1 &= 3,694 \text{ m} & h_1 + h_2 &= 66,12 \text{ dm} \\ x &= 0,25 \text{ m} & g &= 9,81 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$P_B$	165 317,79 Pa
-------	---------------

Megoldás:

$$\begin{aligned} p_1 &> p_0 \\ p_1 &= p_0 + \rho_v \cdot g \cdot h = 163\,736,22 \text{ Pa} \\ p_1 &< p_2 \\ p_2 &= p_1 + \rho_{\text{Hg}} \cdot g \cdot h = 196\,844,97 \text{ Pa} \\ p_2 &> p_B \\ p_B &= p_2 - \rho_o \cdot g \cdot h = 165\,317,79 \text{ Pa} \end{aligned}$$

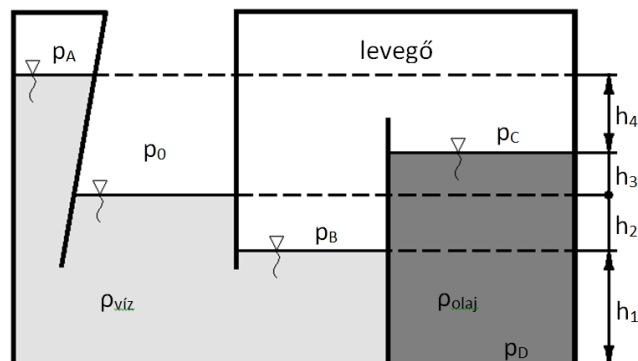


7

2. Határozza meg a képen látható tartály kijelölt pontjainak a nyomását!

$$\begin{aligned} p_0 &= 101\,325 \text{ Pa} & \rho_{\text{olaj}} &= 870 \text{ kg/m}^3 \\ \rho_{\text{víz}} &= 1 \text{ g/cm}^3 & \rho_{\text{Hg}} &= 13,5 \text{ g/cm}^3 \\ h_1 &= 2,33 \text{ m} & h_2 &= 7,623 \text{ dm} \\ h_3 &= 151,7 \text{ cm} & h_4 &= 9,953 \text{ dm} \end{aligned}$$

$P_A$	0,77 bar
$P_B$	108 803,16 Pa
$P_C$	1,09 bar
$P_D$	1481,42 mbar



Megoldás:

$$\begin{aligned} p_A &< p_0 \\ p_A &= p_0 - \rho_v \cdot g \cdot h = 76679,34 \text{ Pa} \\ p_0 &< p_B \\ p_B &= p_0 + \rho_v \cdot g \cdot h = 108\,803,16 \text{ Pa} \\ p_C &= p_B \\ p_D &> p_C \\ p_D &= p_C + \rho_o \cdot g \cdot h = 148\,142,16 \text{ Pa} \end{aligned}$$

3. Egy  $D_1$  keresztmetszetű csövön egy  $D_2$  torokátmérőjű Venturi mérő üzemel. A higanyal töltött manométer kitérése ismert. Számítsa ki a keresztmetszeti átlagsebességet, valamint a vezetékét átáramlott víz tömegáramát!

$D_1 = 610$  mm

$D_2 = 200$  mm

$x = 8,2$  mm

$v_2$	1,43 m/s
$m$	44,81 kg/s

**Megoldás:**

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 * g * h * \frac{\rho_{Hg} - \rho}{\rho}}{1 - \left(\frac{D_2}{D_1}\right)^4}}$$

$$m = Q * \rho_v$$

$$Q = A * v_2 = \frac{D_2^2 * \pi}{4} * v_2$$

6. Egy  $D$  átmérőjű tartály alján egy  $d$  átmérőjű kifolyónyíláson keresztül víz folyik ki. A tartályban kezdetben  $H$  magasságban volt a vízszint.

c. Mennyi idő alatt ürül 1/3-ára a tartály?

d. 1,2 méteres folyadékszint esetén mekkora lesz a kiáramlás sebessége?

$D = 161,7$  cm

$d = 97$  mm

$H = 1,6$  m

$T$	67,08 s
$v_2$	4,85 m/s

**Megoldás:**

$$T_{1/3} = \left(\frac{D}{d}\right)^2 * \sqrt{\frac{2}{g}} * (\sqrt{H} - \sqrt{x})$$

$$x = H * \frac{1}{3}$$

$$v_2 = \sqrt{2 * g * h}$$

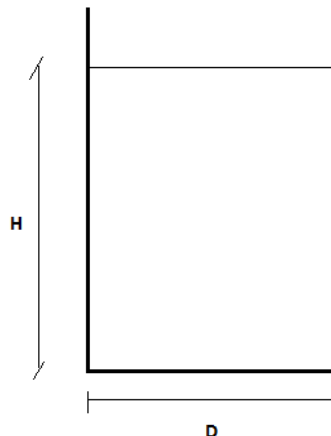
7. Határozza meg a hengeres tartály teljes falára ható erő nagyságát! A tartályban lévő folyadék víz.

$H = 1,8$  m

$D = 28,4$  cm

$F_{teljes}$	12335,92 N
--------------	------------

$$F = D * \pi * \rho * g * \frac{H^2}{2}$$





# VIZSGA FELKÉSZÜLÉSI TÉMAKÖRÖK

## **Témakörök Áramlástan c. tárgy zárthelyi dolgozataihoz és vizsgájához**

*a Műszaki földtudományi alapszakos  
hallgatók részére*

1. A folyadékok és kontinuumok dinamikai egyenletei
2. A hidrosztatika alapjai
3. A lamináris áramlás tulajdonságai, lamináris áramlás csőben
4. A turbulens áramlás tulajdonságai, turbulens áramlás csőben
5. Egyenes, kör-keresztmetszetű cső áramlási veszteségei
6. Kis sebességű súrlódásos gázáramlás csőben
7. Áramlás hőáteresztő falú csőben
8. Nagy sebességű súrlódásos gázáramlás

Dr. Kis László  
*egyetemi adjunktus*